



Złoty Wektor 2026

Etap I – test jednokrotnego wyboru

Imię i nazwisko: _____

- Czas na rozwiązanie zadań to 90 minut.
- W każdym z zadań dokładnie jedna odpowiedź jest poprawna.
- Pamiętaj o podpisaniu karty odpowiedzi oraz testu. Przepisz numer wersji z testu na kartę odpowiedzi.
- Zapamiętaj swój numer uczestnika – posłuży Ci on do sprawdzenia swojego wyniku.
- **Pamiętaj o przeniesieniu odpowiedzi z testu na kartę odpowiedzi!**
- Odpowiedzi zaznaczaj krzyżykiem. W razie zaznaczenia błędnej odpowiedzi, otocz ją kółkiem i zaznacz prawidłową.

Pytanie 1. Nierówność $||x - 3| + 1| \leq 2$:

- a) **ma ten sam zbiór rozwiązań rzeczywistych co nierówność $((x - 3)^2 + 1)^2 \leq 4$**
- b) jest spełniona przez dokładnie jedną liczbę pierwszą
- c) nie ma rozwiązań w zbiorze liczb rzeczywistych
- d) ma ten sam zbiór rozwiązań rzeczywistych co nierówność $(x - 3)^2 + 1 \leq 4$

Pytanie 2. Rozważmy wielomian $W(x) = x^3 - 3x + 1$. Wówczas:

- a) **suma współczynników wielomianu $W(x)^{999}$ jest równa sumie współczynników wielomianu $W(x)^{100} + 2 \cdot W(x)^{49}$,**
- b) suma współczynników wielomianu $W(x)^{999}$ jest liczbą dodatnią,
- c) suma współczynników wielomianu $W(x)^{999}$ jest liczbą parzystą,
- d) suma współczynników wielomianu $W(x)^{999}$ jest zerem,

Pytanie 3. Ile wynosi $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$?

- a) **1**
- b) $\sqrt{2}$
- c) 2
- d) $\sqrt{3}$

Pytanie 4. Dla jakich $x > 0$ zbiór $[x + \frac{1}{x}, 2 \cdot (x + \frac{1}{x})] \cap (2 - x^2, 2]$ jest niepusty?

- a) dla każdego $x > 0$
- b) dla żadnego $x > 0$
- c) **tylko dla $x = 1$**
- d) dla $x \in \{1, \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}\}$

Pytanie 5. Liczba naturalna $n > 1$ ma nieparzystą liczbę dzielników naturalnych. Wynika z tego, że:

- a) n nie może być podzielne przez 6
- b) n ma dokładnie trzy dzielniki naturalne
- c) **równanie $x^2 + 2x + 1 - n = 0$ ma dwa rozwiązania całkowite**
- d) wszystkie odpowiedzi są poprawne

Pytanie 6. Niech $S := \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^7} + \frac{1}{2^8} + \frac{1}{2^{10}} + \dots$; opuszczamy wszystkie potęgi podzielne przez 3. Ile wynosi mianownik liczby S zapisanej w postaci nieskracalnej?

- a) 7
- b) 3
- c) liczba 5 jest niewymierna
- d) 6

Pytanie 7. Jaka największą liczbę monet o tym samym promieniu można ułożyć wokół monety o tym samym rozmiarze, by pozostałe stykały się z nią? Nie liczymy środkowej monety.

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7

Pytanie 8. Ile elementów ma zbiór $\mathbb{Z} \cap \{\frac{9}{7}, \frac{99}{7}, \frac{999}{7}, \dots, \frac{99\dots9}{7}\}$? Licznik ostatniej liczby składa się z 2026 dziewiątek.

- a) 1
- b) 119
- c) 120
- d) 337

Pytanie 9. Niech s oznacza sumę dzielników naturalnych liczby $6^{100} \cdot 5^{100} \cdot 7^{100}$. Jaka reszta daje s przy dzieleniu przez 101?

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 100

Pytanie 10. Niech $P(x)$ będzie wielomianem stopnia 2 takim, że $P(2) = -2026$ oraz

$$x \cdot P(x - 1) = (x - 2) \cdot P(x).$$

Podaj współczynnik P przy x .

- a) 1013
- b) $-\frac{1013}{3}$
- c) $-\frac{1013}{2}$
- d) $\frac{1013}{2}$

Pytanie 11. Dany jest czworokąt $ABCD$, który można wpisać w okrąg. Wiadomo, że $\angle BDC = 45^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$ oraz $|AC| = 2\sqrt{6}$. Podaj długość odcinka BC .

- a) 4
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $3\sqrt{2}$
- d) 6

Pytanie 12. Niech a oznacza największą wartość funkcji $f(x) = -\cos(x) - \cos(2x)$. Podaj mianownik liczby a .

- a) 8
- b) 4
- c) 6
- d) 1

Pytanie 13. Mrówka chce przejść z punktu $(0,0)$ do punktu $(3,4)$ w siedmiu krokach, przemieszczając się w każdym kroku o jedną jednostkę równoległe do jednej z osi. Na ile sposobów może to zrobić?

- a) 35
- b) 128
- c) 32
- d) 24

Pytanie 14. Załóżmy, że liczby rzeczywiste a, b spełniają równości $\sin a = a$, $\sin(\cos b) = b$. Która z poniższych odpowiedzi jest prawidłowa?

- a) $a = b$
- b) $a > b$
- c) $b > a$
- d) Nie istnieje taka liczba b

Pytanie 15. Czy zbiór wszystkich rzeczywistych parametrów m , dla których równanie $\log_{x-m} x = 2$ ma rozwiązanie rzeczywiste:

- a) posiada element największy i najmniejszy
- b) posiada jedynie element największy
- c) posiada jedynie element najmniejszy
- d) nie posiada elementu największego i najmniejszego

Pytanie 16. Ile liczb naturalnych n z przedziału $[1, 2026]$ nie jest podzielnych przez 2, 3 ani 5?

- a) 520
- b) **540**
- c) 560
- d) 607

Pytanie 17. Niech a_n oraz b_n będą takimi ciągami liczb wymiernych, że

$$a_n + b_n\sqrt{3} = (2 + \sqrt{3})^n.$$

Granica ciągu $\frac{a_n}{b_n}$ jest równa

- a) 0
- b) 1
- c) **$\sqrt{3}$**
- d) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Pytanie 18. Pochodna wielomianu

$$W(x) = (x - 1)^2(x - 2)(x - 3)(x - 4)$$

ma dokładnie

- a) jedno rzeczywiste miejsce zerowe
- b) trzy rzeczywiste miejsca zerowe
- c) **cztery rzeczywiste miejsca zerowe**
- d) pięć rzeczywistych miejsc zerowych

Pytanie 19. W dniu 1 kwietnia o godzinie 12:00 zegarmistrz jednocześnie uruchomił dwa identyczne zegary wskazówkowe. Jeden z nich działa prawidłowo, natomiast drugi spieszy się o dokładnie 5 minut w ciągu każdej doby. Po raz kolejny zegary wskażą taką samą godzinę

- a) 1 lipca
- b) 30 lipca
- c) 15 sierpnia
- d) **23 sierpnia**

Pytanie 20. Ile jest par (a, b) liczb całkowitych nieujemnych takich, że

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{909}?$$

- a) jedna
- b) dwie
- c) trzy
- d) **cztery**